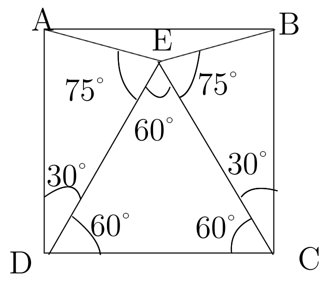
Corrigé examen avril 2008

Exercice n° 1



Le triangle DEC est équilatéral donc $\widehat{DEC} = \widehat{ECD} = \widehat{CDE} = 60^\circ$. Alors $\widehat{BCE}$=90-60=30°. Le triangle BCE est isocèle en C donc $\widehat{CEB} = \widehat{EBC} = \dfrac{180-30}{2} = 75^\circ$. De même, $\widehat{AED} = 75$. Alors (voir figure) $\widehat{AEB} = 360 - 2 \times 75 - 60 = 360 - 150 - 60 = 150^\circ$.

Exercice n° 2
Parmi les 750 personnes interrogées, il y a 70% de 210 qui ne vont pas au cinéma et n'ont pas de lecteur dvd, soit $7 \times 21 = 147$ personnes. Soit x le pourcentage des personnes intérrogées n'allant pas au cinéma et n'ayant pas de lecteur dvd. Puisque 750 correspond à 100%, par un produit en croix on obtient $750x = 147 \times 100$ donc $x = 147 \times \dfrac{10}{75} = \dfrac{98}{5} = 19,6$. Il y a donc $19,6\%$ des personnes interrogées qui ne vont pas au cinéma et n'ont pas de lecteur dvd.

Exercice n° 3
On considère un rectangle de longueur L et de largeur l. L'aire initiale du rectangle est alors $L \times l$. Soit L' et l', respectivement, sa longueur augmentée de $\dfrac{1}{5}$ et sa largeur diminuée de moitié.

1. On a $L' = L + \dfrac{1}{5}\ L = \dfrac{6}{5}\ L$ et $l' = \dfrac{1}{2}\ l$. L'aire du rectangle est alors devenue $L' \times l' = \dfrac{3}{5} L \times l$, l'aire du rectangle a donc été multipliée par $\dfrac{3}{5}$.
2. Puisque $\dfrac{3}{5} < 1$, l'aire a diminué. De plus, $\dfrac{3}{5} = \dfrac{60}{100} = \dfrac{100}{100} - \dfrac{40}{100}$ donc l'aire a diminué de 40%.

Exercice n° 4
Le train suit un cycle de 18 minutes : arrêt, montée, descente, freinage. Il faut déterminer le nombre de cycles s'écoulant entre 10h et 11h45 sachant qu'à 10h le train commençait sa montée. Il s'écoule 9 minutes entre le début de la montée et le début de l'arrêt donc le train est à l'arrêt à 10h09. Il s'écoule 1h36 de 10h09 à 11h45, soit $60 + 36 = 96$ minutes. On obtient le nombre de cycles ayant lieu durant ce laps de temps en effectuant la division euclidienne de 96 par 18 : $96 = 18 \times 5 + 6$. Ainsi durant ces 96 minutes le train a effectué 5 cycles et est à l'arrêt alors qu'il reste 6 minutes avant d'arriver à 11h45. Puisque le train reste 9 minutes à l'arrêt, celui-ci est encore à l'arrêt à 11h45.

Exercice n° 5
Bacchus boit 9 litres en 90 minutes et Sylène 3 litres en 90 minutes. Ensemble, ils boivent 12 litres en 90 minutes. Soit t le temps en minutes qu'il leur faut pour boire 9 litres à deux. Un produit en croix

donne $12t = 90 \times 9$ donc $t = \dfrac{90 \times 3}{4} = 22,5 \times 3 = 67,5$. Or $67,5$ minutes correspond à 1 heure 7 minutes et 30 secondes. Ainsi, à eux deux, ils boivent le tonneau en 1 heure 7 minutes et 30 secondes.

Exercice n° 6

Soit n le nombre d'élèves présents. On a $n = q \times 12 + 1 = q' \times 9 + 1$ où q et q' sont des entiers. On en déduit que $n - 1$ est un multiple de 9 et 12 donc un multiple de $ppcm(12, 9)$. Puisque $12 = 9 \times 1 + 3$ et $9 = 3 \times 3 + 0$, on obtient $pgcd(12, 9) = 3$ d'où $ppcm(12, 9) = \dfrac{12 \times 9}{3} = 4 \times 9 = 36$. Alors $n - 1$ est un multiple de 36 et est inférieur à 39, donc $n - 1 = 36$. Ainsi il y a 37 élèves présents.

Exercice n° 7

L'aire de ABC est de $1\ m^2$ donc $\dfrac{AB \times BC}{2} = 1\ m^2$.

1. D'après le théorème de Thalès appliqué au triangle ABC avec les droites (EF) et (BC), on a $\dfrac{EF}{BC} = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1}{3}$. Donc $EF = \dfrac{1}{3}\ BC$, d'où l'aire de AEF est $\dfrac{EF \times AE}{2} = \dfrac{1}{9}\ \dfrac{AB \times BC}{2} = \dfrac{1}{9}\ m^2$
2. D'après le théorème de Thalès appliqué au triangle ABC avec les droites (FG) et (AB), on a $\dfrac{CG}{CB} = \dfrac{FG}{AB} = \dfrac{EB}{AB} = \dfrac{2}{3}$. Donc $FG = \dfrac{2}{3}\ AB$ et $CG = \dfrac{2}{3}\ BC$, d'où l'aire de CFG est $\dfrac{CG \times FG}{2} = \dfrac{4}{9}\ \dfrac{AB \times BC}{2} = \dfrac{4}{9}\ m^2$.
3. L'aire du rectangle $EFGB$ s'obtient en soustrayant à l'aire du triangle ABC celles des triangles CGF et AEF. D'où l'aire de $EFGB$ est $1 - \dfrac{1}{9} - \dfrac{4}{9} = \dfrac{9 - 5}{9} = \dfrac{4}{9}\ m^2$.